

**Teoria miary i całki**  
WPPT semestr zimowy 2011/12  
LISTA 6

3/11/11

Poniższe zadania dotyczą miar borelowskich na prostej, które są skończone na przedziałach właściwych.

**Zadanie 1**

Mając daną dystrybuantę  $F_\mu$  miary  $\mu$  oblicz  $\mu((a, b))$ ,  $\mu([a, b])$ ,  $\mu(\{a\})$ ,  $\mu([a, \infty))$ ,  $\mu(\mathbb{R})$ .

**Zadanie 2**

Udowodnij, że dystrybuanta miary  $\mu$ , która jest sumą dwóch miar  $\mu_1$  i  $\mu_2$  (tzn.  $\forall A \in \mathcal{B}$   $\mu(A) = \mu_1(A) + \mu_2(A)$ ) jest sumą dystrybuant miar  $\mu_1$  i  $\mu_2$ . Podobnie dystrybuanta miary  $\mu$  otrzymanej jako iloczyn pewnej miary  $\mu_1$  przez stałą dodatnią  $C$  (tzn.  $\mu(A) = C\mu_1(A)$ ) jest równa iloczynowi dystrybuanty miary  $\mu_1$  przez stałą  $C$ .

**Zadanie 3**

Sprawdź, że funkcja schodkowa  $F(t) = [t] + 1$  (część całkowita plus jeden) jest dystrybuantą jakiejś miary. Jak wygląda ta miara (podaj wzór na miarę zbioru).

**Zadanie 4**

Podaj przykład miary probabilistycznej na prostej, której dystrybuanta nie jest ciągła w żadnym punkcie wymiernym, a jest ciągła w każdym punkcie niewymiernym.